

平成21年4月入学
大学院自然科学研究科 博士前期課程数理物理学専攻 (物理学系)
入学試験問題

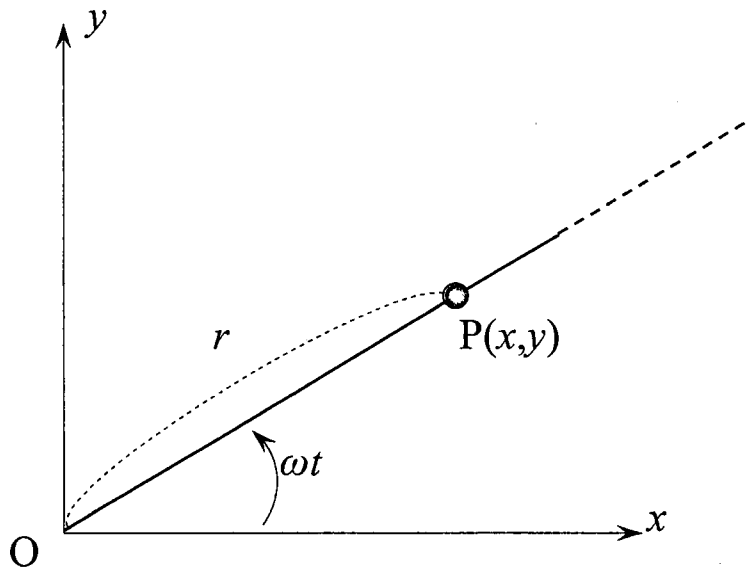
【一般選抜】

【試験科目：物理学】

[I]

鉛直軸 O の周りに等角速度 ω で回転している平滑な水平板を考える。図のように水平板上に回転軸 O から直線を引き、この直線上に束縛されて動く質量 m の質点 P について以下の問いに答えよ。ただし、摩擦力及び外力は働かないと仮定する。

- (1) 静止座標系における質点 P の座標 x, y を、回転軸 O を中心とする極座標で表せ。
- (2) 質点 P の運動エネルギー T を、 r を使って表せ。
- (3) r を一般座標として、ラグランジュ関数 L を求めよ。
- (4) 質点 P の r に関する運動方程式を求め、 r を時間 t の関数として表せ。



平成21年4月入学
大学院自然科学研究科 博士前期課程数理物理学専攻 (物理学系)
入学試験問題

【一般選抜】

【試験科目：物理学】

〔II〕

真空中に一様な電場 \vec{E}_0 がある。その中に比誘電率 ϵ_s の誘電体球をおいたとき、誘電体球内外の電場 \vec{E}_i , \vec{E}_e を考える。誘電体球の中心 O から \vec{E}_0 の方向に $+\frac{\delta x}{2}$ だけずれた点 O_1 と $-\frac{\delta x}{2}$ だけずれた点 O_2 をそれぞれ中心とする二つの球を考える。球の大きさは誘電体球と同じでそれぞれに電荷密度 $\pm\rho$ があらわれたと見なすことができる。

(1) このような電荷が誘電体球内の点 A につくる電場 \vec{E}' を真空誘電率 ϵ_0 と誘電分極

$$\vec{P} = \rho \delta x \frac{\vec{E}_0}{|\vec{E}_0|} \text{ を用いて表せ.}$$

(2) 誘電体球内の電場 \vec{E}_i を \vec{E}_0 , \vec{P} , ϵ_0 で表せ。

(3) 分極 \vec{P} は、比誘電率を ϵ_s とすれば、 $\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon_s - 1)\vec{E}_i$ と書ける。 \vec{E}_i と \vec{P} をそれぞれ ϵ_0 ,

ϵ_s , \vec{E}_0 で表せ。

(4) 誘電体球外の電場 \vec{E}_e は、どのように表すことができるか簡潔に述べよ。

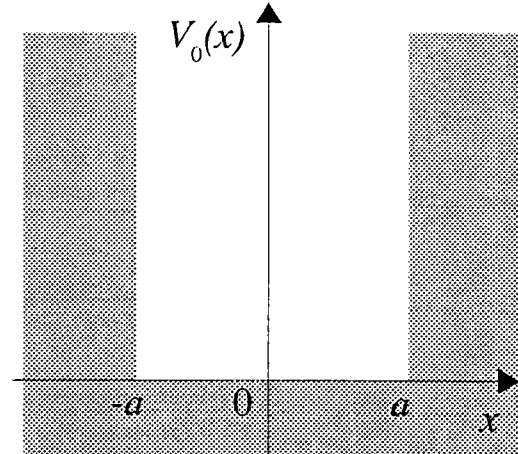
入学試験問題

【一般選抜】

【試験科目：物理学】

[III]

右図のような、無限に深い1次元井戸型ポテンシャル $V_0(x)$ に束縛された質量 m の電子の状態について考える。



$$V_0(x) = \begin{cases} \infty & (|x| > a) \\ 0 & (|x| \leq a) \end{cases}$$

- (1) シュレディンガー方程式を解いて、このポテンシャル内での電子の固有状態の規格化された波動関数、および固有エネルギーを求めよ。
- (2) 電子の基底状態のエネルギーがゼロにならない理由について説明せよ。
- (3) ポテンシャル $V_0(x)$ 内で運動している電子に対して摂動としてデルタ関数型ポテンシャル $V_1(x) = v\delta(x)$ が加わった(ただし、 v は定数)。電子の固有エネルギーの V_1 による変化を1次摂動の範囲内で求めよ。
- (4) $V_0(x)$ のもとで運動している電子の光励起(電気双極子遷移)について考える。前問の $V_1(x)$ は考えない。電気双極子遷移を記述する摂動ハミルトニアンは $H' = Tx$ (ただし T は定数)としてよい。遷移の選択則について説明し、基底状態にある電子を光励起したときの遷移確率をフェルミの黄金律により求めよ。

平成21年4月入学
大学院自然科学研究科 博士前期課程数理物理学専攻 (物理学系)
入学試験問題

【一般選抜】

【試験科目：物理学】

[IV]

N 個の粒子からなる理想フェルミ気体を考える。系は3次元であり、体積を V とする。粒子のエネルギー ε と運動量 p との分散関係が $\varepsilon(p) = Cp^a$ で与えられるとする (C と a は正である)。また粒子のもっているスピンの大きさを S とする。

- (1) この系の状態密度 $D(\varepsilon)$ を求めよ。
- (2) $a=2$ としたとき $D(\varepsilon)$ が $\varepsilon^{1/2}$ に比例するというよく知られた表式が得られることを確かめよ。
- (3) 絶対零度におけるフェルミエネルギー ε_F が $V^{-a/3}$ に比例することを確かめよ。
- (4) 絶対零度における全エネルギー E を ε_F を用いて表し、圧力 P が $3PV = aE$ で与えられることを示せ。