



## Übungen zur Theoretischen Physik II, SS 2008

### 8. Übung

(Abgabe Freitag, 13.06.2008 in der Vorlesung)

#### Aufgabe 28 (10 Punkte) (Fragen)

- Erläutern Sie die *Lenzsche Regel*.
- Was versteht man unter *Eichinvarianz*?
- Erläutern Sie kurz die spezifischen Vorteile der Coulomb- und Lorentz-Eichung.
- Welche physikalische Bedeutung hat der *Poynting-Vektor*?
- Was versteht man unter dem *Maxwellschen Spannungstensor*?
- Wie lauten die aus den Maxwell-Gleichungen resultierenden allgemeinen Gleichungen für die elektrodynamischen Potentiale  $\vec{A}$ ,  $\phi$ ?
- Was versteht man unter *Phasen-* und *Gruppengeschwindigkeit* einer Welle?
- Zeigen Sie, dass die Kontinuitätsgleichung in den Maxwellgleichungen schon implizit enthalten ist. (2P)
- Können *statische* elektromagnetische Felder Impuls und Drehimpuls tragen? Begründen Sie Ihre Antwort.

#### Aufgabe 29 (10 Punkte) (Eichung und Symmetrie)

- Bestimmen Sie für die folgenden Potentiale, ob Coulomb- und Lorentz-Eichung erfüllt sind:

$$\phi(\vec{r}, t) = 0, \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qt}{r^2} \vec{e}_r$$

- Benutzen Sie  $\chi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qt}{r}$ , um eine Eichtransformation der Potentiale in a) durchzuführen. Kommentieren Sie das Ergebnis.
- Untersuchen Sie das Verhalten der Maxwell-Gleichungen unter Zeitumkehr: Wie müssen sich die Felder  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  und die Potentiale  $\phi$ ,  $\vec{A}$  unter Zeitumkehr ( $t \rightarrow -t'$ ) transformieren, damit der Ausdruck für die Lorentz-Kraft und die Maxwell-Gleichungen invariant bleiben?

- d) Geben Sie für die folgenden Größen mit einer kurzen Begründung an, wie sie sich unter Zeitumkehr transformieren: Impuls, Drehimpuls, Stromdichte, Poynting-Vektor.

**Aufgabe 30** (10 Punkte)

**(Energie und Impuls des elektromagnetischen Feldes)**

- a) Zeigen Sie durch Nachvollziehen der entsprechenden Herleitung aus der Vorlesung und Umschreiben einiger Terme, dass sich die Energieerhaltung bei Anwesenheit elektromagnetischer Felder in der Form

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega_{\text{mech}} + \omega_{\text{F}}) + \nabla \cdot \vec{S} = 0$$

schreiben lässt. Dabei bezeichnen  $\omega_{\text{mech}}$ ,  $\omega_{\text{F}}$  die mechanische und elektromagnetische Energiedichte und  $\vec{S}$  den Poynting -Vektor. Erklären Sie die Bezeichnung *Energiestromdichte* für den Poynting-Vektor.

- b) Zeigen Sie, dass sich die elektromagnetische Gesamtkraft, die auf eine Ladungsverteilung in einem durch die Oberfläche  $A$  begrenzten Volumen  $V$  wirkt, in der Form

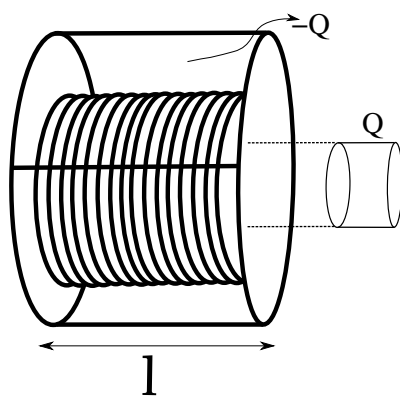
$$\vec{F} = - \oint_A \mathbf{T} \cdot d\vec{f} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_V \vec{S} dV$$

schreiben lässt. Dabei sei  $\mathbf{T} = T_{ij}$  der Maxwellsche Spannungstensor und  $\vec{S}$  der Poynting-Vektor. Erklären Sie die Namensgebung *Spannungstensor* für  $\mathbf{T}$ .

**Aufgabe 31** (15 Punkte)

**(Drehimpuls des elektromagnetischen Feldes)**

Gegeben sei eine lange zylindrische Spule (Länge:  $l$ ) vom Radius  $R$  mit großer Windungsdichte  $\frac{n}{l}$ , durch die der Strom  $I$  fließt. Koaxial zur Spule seien zwei Zylinderflächen der Länge  $l$  mit Radius  $R_a > R$  ( $l \gg R_a$ ) außerhalb der Spule und  $R_i < R$  innerhalb der Spule angebracht. Die Zylinderflächen seien homogen mit der Ladung  $\mp Q$  belegt.



- a) Berechnen Sie den im elektromagnetischen Feld dieser Anordnung gespeicherten Drehimpuls.
- b) Nun wird der Strom in der Spule abgeschaltet. Dadurch fällt das magnetische Feld ab und induziert ein elektrisches Feld. Berechnen Sie die Drehmomente, die dieses Feld auf die Zylinderflächen ausübt.
- c) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus b) den Gesamtdrehimpuls, den innerer und äußerer Zylinder während des Abschaltvorgangs aufnehmen.
- d) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit Aufgabenteil a) und interpretieren Sie das Resultat.

*Hinweis:* Die Zylinderflächen seien so schwer, dass sie nur langsam rotieren. Dann ist das durch die Rotation bedingte Restmagnetfeld vernachlässigbar.