



Übungen zur Theoretischen Physik I, WS 2007/08

5. Übung

(Abgabe Donnerstag, 29.11.2007 in der Vorlesung)

Aufgabe 15 (10 Punkte) Streuung II

- Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt dafür, dass ein aus dem Unendlichen kommender Komet der Masse m auf der Erdoberfläche (Masse M , Radius R , $m \ll M$) aufschlägt.
- Überprüfen Sie Ihr Ergebnis für den Grenzfall $v_\infty \rightarrow \infty$. Dabei bezeichne v_∞ die Geschwindigkeit des Kometen für $r \rightarrow \infty$.

Hinweis: Fertigen Sie eine Skizze an. Benutzen Sie die Erhaltungssätze für Energie und Drehimpuls. Wie groß darf man den Stoßparameter maximal wählen, damit der Komet gerade noch die Erdoberfläche streift? Wie groß ist also die Fläche aus der heraus Kometen auf die Erde fallen?

Aufgabe 16 (10 Punkte) Erzwungene Schwingung

Betrachten Sie die Bewegungsgleichung einer erzwungenen Schwingung bei kleinen Auslenkungen:

$$\frac{d^2}{dt^2}x + \omega^2 x = \frac{1}{m}F(t)$$

Dies ist eine inhomogene lineare Differentialgleichung.

- Berechnen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Gleichung.
- Das System ruhe zu Beginn in der Gleichgewichtslage ($\left.\frac{d}{dt}x\right|_{t=0} = 0$, $x(0) = 0$). Berechnen Sie die erzwungenen Schwingungen des Systems, wenn die äußere anregende Kraft die Form hat:
 - $F(t) = \text{const} = F_0$
 - $F(t) = ct$ mit $c \in \mathbb{R}$ const.
 - $F(t) = F_0 \exp(-at)$ mit $a, F_0 \in \mathbb{R}$ const.
- Interpretieren Sie die Ergebnisse aus Aufgabenteil b).

Aufgabe 17 (10 Punkte)**Fouriertransformation**

Die Fouriertransformierte einer Funktion $f(x)$ ist gegeben durch:

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

Für die Rücktransformation gilt dann:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(k) e^{ikx} dk$$

a) Skizzieren Sie den Graph der folgenden Funktionen. Berechnen Sie die Fouriertransformierten und skizzieren Sie auch diese:

i)

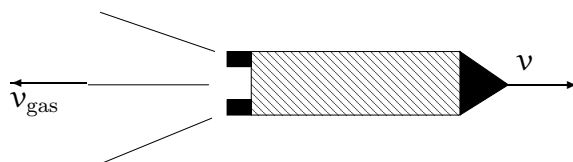
$$f(x) = \exp(-\pi x^2)$$

ii)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq a \\ 0 & \text{für } |x| > a \end{cases} \quad a \in \mathbb{R} \text{ const}$$

iii)

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{für } 0 < x < 1 \\ 1+x & \text{für } -1 < x < 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 18 (10 Punkte)**Raketengleichung**

Eine Rakete der Masse m_0 starte von der Erde aus senkrecht nach oben. Dabei strömt Gas mit der relativ zur Rakete konstanten Geschwindigkeit $v_{\text{gas}} = 2000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ aus. Die Massenänderung $\frac{dm}{dt} = -0.01 m_0 \cdot \frac{1}{\text{s}}$ sei dabei ebenfalls konstant.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.
- Ermitteln Sie die erreichte Flughöhe in Abhängigkeit von der Zeit.
- Welche Höhe erreicht die Rakete nach 15 Sekunden?
- Entwickeln Sie die Lösung der Bewegungsgleichung für kleine Zeiten. Ist das Ergebnis plausibel?

Hinweis: Setzen Sie eine über die gesamte Flugdauer konstante Schwerebeschleunigung g voraus.