Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät II
Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1–Theoretische Physik
Dr. Harald O. Jeschke
Gebäude E 2 6, Zi. 4.21
Tel. (0681) 302 57409

Saarbrücken, 08.11.2007

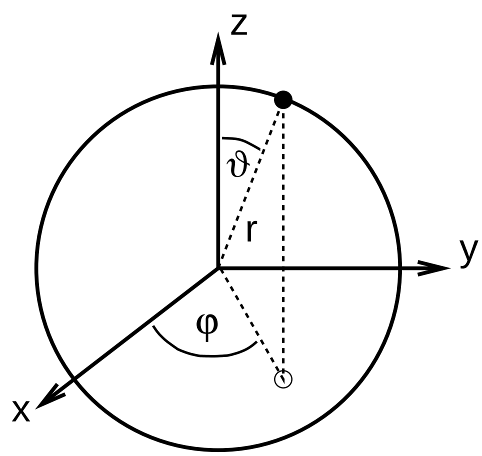
Übungen zur Theoretischen Physik I, WS 2007/08

3.Übung

(Abgabe Donnerstag, 15.11.2007 in der Vorlesung)

Aufgabe 8 (15 Punkte)
Krummlinige Koordinaten
In Kugelkoordinaten schreibt sich der Ortsvektor als

$$\vec{r} = \vec{r}(r, \vartheta, \varphi) = (r \sin\vartheta \cos\varphi, r \sin\vartheta \sin\varphi, r \cos\vartheta).$$



a) Berechnen Sie die Tangenteneinheitsvektoren in die Koordinatenrichtungen:

$$\vec{e}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r}\Big/\left|\frac{\partial\vec{r}}{\partial r}\right|, \qquad \vec{e}_\vartheta = \frac{\partial\vec{r}}{\partial\vartheta}\Big/\left|\frac{\partial\vec{r}}{\partial\vartheta}\right|, \qquad \vec{e}_\varphi = \frac{\partial\vec{r}}{\partial\varphi}\Big/\left|\frac{\partial\vec{r}}{\partial\varphi}\right|.$$

b) Zeigen Sie, dass diese Vektoren paarweise orthogonal zueinander sind und in der angegebenen Reihenfolge ein Rechtssystem bilden.

c) Geben Sie Orts- und Geschwindigkeitsvektor in der neuen Basis an. Verwenden Sie die Schreibweise $\vec{r} = a\vec{e}_r + b\vec{e}_\vartheta + c\vec{e}_\varphi$. Berechnen Sie den Betrag der Geschwindigkeit in den neuen Koordinaten.

d) In Zylinderkoordinaten schreibt sich der Ortsvektor in der Form

$$\vec{r} = (R\cos\phi, R\sin\phi, z).$$

Berechnen Sie analog zu Aufgabenteil a) das zugehörige orthonormierte Dreibein und drücken Sie Orts- und Geschwindkeitsvektor in dieser Basis aus. Bestimmen Sie den Betrag des Geschwindigkeitsvektors in den neuen Koordinaten.

Aufgabe 9 (10 Punkte)
Streutheorie

a) Berechnen Sie mit $V_0 < 0$ für das Zentralpotential

$$V(r) = \begin{cases} V_0, & r < R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

aus den Erhaltungssätzen die Bahnkurven für die Streuzustände eines Punktteilchens.

b) Bestimmen Sie den differentiellen und den totalen Wirkungsquerschnitt.

c) Diskutieren Sie die Analogie zur geometrischen Optik. Setzen Sie dazu abkürzend

$$n = \sqrt{\frac{E - V_0}{E}}.$$

Hinweis: Wenn Sie mit der geometrischen Optik nicht vertraut sind, schlagen Sie insbesondere die Begriffe Brechung, Brechungsindex und Snelliussches Brechungsgesetz nach.

Aufgabe 10 (10 Punkte)
Betrachten Sie die Raumkurve $\vec{r}(t) = (a\cos\omega t, a\sin\omega t, pt)$ mit $a, \omega, p \in \mathbb{R}$ konstant.

a) Welche Kurve wird durch die Gleichung beschrieben? Fertigen Sie eine qualitative Skizze an.

b) Berechnen Sie den Zeitverlauf von Geschwindigkeit und Beschleunigung.

c) Bestimmen Sie die Bogenlänge s der durchlaufenen Kurve in Abhängigkeit von t und das begleitende Dreibein aus Tangenteneinheitsvektor, Normaleneinheitsvektor und Binormaleneinheitsvektor.

d) Berechnen Sie Krümmung, Krümmungsradius und Torsion der Raumkurve. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.
Hinweis: Was passiert in den beiden Spezialfällen $p = 0$ bzw. $\omega = 0$?

Aufgabe 11 (5 Punkte)
Es sei $f(x, y, z) = 2x^2y^3 - 4yz$ und $\vec{v} = (xyz, -xz^2, 2yz)$.

a) Berechnen Sie:

i) $\nabla \cdot \vec{v}$

ii) $\nabla \times \vec{v}$

iii) $\nabla \times (f\vec{v})$.

b) Zeigen Sie, dass

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{a}) - \Delta\vec{a}$$

für ein beliebiges Vektorfeld $\vec{a}$ gilt.
Hinweis: Verwenden Sie folgende Kurzschreibweise: $\Delta\vec{a} = (\Delta a_1, \Delta a_2, \Delta a_3)$