Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät II
Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1–Theoretische Physik
Dr. Harald O. Jeschke
Gebäude E 2 6, Zi. 4.21
Tel. (0681) 302 57409

Saarbrücken, 17.01.2008

Übungen zur Theoretischen Physik I, WS 2007/08

11.Übung

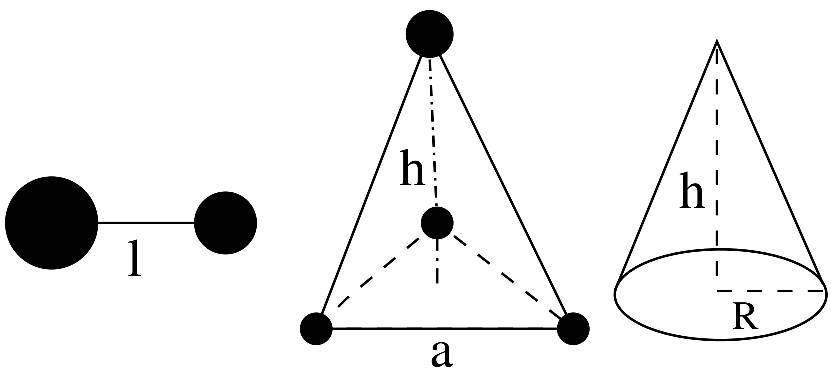
(Abgabe Donnerstag, 24.01.2008 in der Vorlesung)

Aufgabe 39 (10 Punkte)
Trägheitsmomente
Bestimmen Sie die Trägheitsmomente der folgenden Massenverteilungen im Hauptachsensystem:

a) zweiatomiges Molekül mit den Massen m_1, m_2 und Atomabstand l.

b) vieratomiges Molekül, dessen Atome in den Ecken einer geraden Pyramide der Höhe h liegen, deren Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge a ist. Die Masse an der Spitze der Pyramide sei m_2, die drei Massen an der Grundfläche seien m_1.

c) homogener Kreiskegel der Höhe h und mit Grundflächenradius R.



Aufgabe 40 (15 Punkte)
Foucaultsches Pendel
Betrachten Sie ein mathematisches Pendel der Masse m und der Pendellänge l im homogenene Schwerefeld der Erde auf Meereshöhe in einem erdfesten, mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \text{const.}$ rotierenden Bezugssystem.

a) Wie lauten Lagrange-Funktion und Bewegungsgleichungen, wenn alle Terme $O(\omega^2)$ vernachlässigt werden? Verwenden Sie kartesische Koordinaten.

b) Vernachlässigen Sie die vertikale Bewegung und zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen in der horizontalen Ebene lauten:

$$\ddot{x} = -\frac{g}{l}x + 2\omega_z\dot{y} \; ; \quad \ddot{y} = -\frac{g}{l}y - 2\omega_z\dot{x}$$

c) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen für x und y als eine Differentialgleichung für die komplexe Größe $\xi = x + iy$.

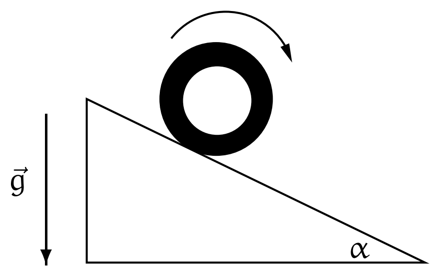
d) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung für folgende Anfangsbedingungen:

(1) $x(0) = x_0 \; ; \; y(0) = 0 \; ; \; \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = 0$

(2) $x(0) = y(0) = 0 \; ; \; \dot{x}(0) = v_0 \; ; \; \dot{y}(0) = 0 \quad .$

e) Skizzieren Sie die Bewegung in der x-y-Ebene unter Beachtung von $\sqrt{\frac{g}{l}} \gg \omega$.

Aufgabe 41 (10 Punkte)
Zerstörungsfreie Werkstückprüfung
Ein Hohlzylinder von 20cm Außendurchmesser und unbekannter Wanddicke aus homogen verteiltem Material rollt ohne Schlupf eine schiefe Ebene hinunter. Im Vergleich mit einem reibungsfrei herabgleitenden Massenpunkt braucht er 30% länger, um unten anzukommen. Bestimmen Sie die Wanddicke.



Aufgabe 42 (10 Punkte)
pulsierender Neutronenstern
Die Kugelgestalt eines mit $\Omega(t)$ rotierenden Neutronensterns der Masse M und des Gleichgewichtsradius R ist kleinen ($\varepsilon \ll 1$) und langsamen ($\omega \ll \Omega_z$) Oszillationen unterworfen, so dass man für die Hauptträgheitsmomente annehmen kann:

$$\begin{aligned} \Theta_{zz} &= \Theta_0\,(1 + \varepsilon\cos(\omega t))\,, \\ \Theta_{xx} &= \Theta_{yy} = \Theta_0\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\cos(\omega t)\right). \end{aligned}$$

a) Wie lauten die Eulergleichungen im körperfesten System?

b) Zeigen Sie, dass Ω_z nahezu konstant ist.

c) Zeigen Sie, dass wegen $\omega \ll \Omega_z$ die zeitlichen Ableitungen der Trägheitsmomente Θ_{xx} und Θ_{yy} vernachlässigbar sind.

d) Leiten Sie dann unter Benutzung von b) separate Bewegungsgleichungen für Ω_x und Ω_y her und schließen Sie für kleine Zeiten auf die Nutationsfrequenzen von Ω_x und Ω_y.