



Saarbrücken, 25.10.2007

Übungen zur Theoretischen Physik I, WS 2007/08

1. Übung

(Abgabe bis Mittwoch den 31.10.2007, 12:00 Uhr im Briefkasten)

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Beantworten Sie kurz die folgenden Fragen:

- Wie ist ein *euklidischer Vektorraum* definiert?
- Welche Eigenschaften müssen Koordinatentransformationen erfüllen, damit Sie eine Gruppe bilden?
- Wann heißt ein mechanisches System *konservativ*?
- Was versteht man unter einem *Inertialsystem*?
- Erläutern Sie den Unterschied zwischen *schwerer* und *träger* Masse.
- Was versteht man unter einem *Massenpunkt*?
- Wie ist der *Schwerpunkt* eines Systems von Massenpunkten definiert?
- Nennen Sie je zwei Beispiele für physikalische Größen, die durch einen Skalar bzw. einen Vektor beschrieben werden.
- Erläutern Sie die drei *Newtonschen Postulate*.
- Wie kann man die Bahn eines Massenpunktes parametrisieren?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Die Bewegung eines Massenpunktes in zwei Raumdimensionen sei gegeben durch

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} -ut \sin(\omega t) \\ ut \cos(\omega t) \end{pmatrix}.$$

- Zeichnen Sie die Bahnkurve qualitativ.
- Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und die Beschleunigung $\vec{a}(t)$.
- Bestimmen Sie den Tangentialvektor der Bahnkurve $\vec{t} = \vec{v}/|\vec{v}|$.
- Berechnen Sie die Tangentialbeschleunigung a_T (Den Anteil der Beschleunigung in Richtung \vec{t}).

e) Berechnen Sie die Bogenlänge des zurückgelegten Weges S.

$$S(t) = \int_0^t |\vec{v}(\tau)| d\tau$$

(Bringen Sie das Integral auf eine Standardform, die tabelliert ist und schlagen Sie die Lösung nach.)

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Es seien $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ beliebig.

Zeigen Sie:

a) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot ((\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})) = (\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))^2$

b) $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot ((\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c}) = 2\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es sei $\mathbf{r} = |\vec{r}|$ mit $\vec{r} \in \mathbb{R}^3$. Der *Nablaoperator* ∇ ist definiert als $\nabla \equiv (\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}) \equiv (\partial_1, \partial_2, \partial_3)$, und damit:

$$\nabla f(\vec{r}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3} \right)$$

$$\nabla \cdot \vec{a}(\vec{r}) = \frac{\partial a_1}{\partial x_1} + \frac{\partial a_2}{\partial x_2} + \frac{\partial a_3}{\partial x_3}$$

$$\nabla \times \vec{a}(\vec{r}) = \left(\frac{\partial a_3}{\partial x_2} - \frac{\partial a_2}{\partial x_3}, \frac{\partial a_1}{\partial x_3} - \frac{\partial a_3}{\partial x_1}, \frac{\partial a_2}{\partial x_1} - \frac{\partial a_1}{\partial x_2} \right)$$

Für den *Laplaceoperator* gilt: $\Delta = \partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2$.

Berechnen Sie

a) $\nabla \mathbf{r} = \text{grad } r$

b) $\nabla(1/r) = \text{grad}(1/r)$

c) $\nabla \cdot (\vec{r}/r) = \text{grad}(\vec{r}/r)$

d) $\nabla \times (\vec{r}/r) = \text{grad}(\vec{r}/r)$

e) $\Delta(1/r)$