Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät II
Physik und Mechatronik

Fachrichtung 7.1–Theoretische Physik
Dr. Harald O. Jeschke
Gebäude E 2 6, Zi. 4.21
Tel. (0681) 302 57409

Saarbrücken, 7.2.2008

Probeklausur zur Theoretischen Physik I, WS 2007/08

(**Keine Abgabe**)

Zugelassene Hilfsmittel: Ein einseitig handbeschriebenes DIN A4-Blatt

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Geburtsdatum: ______________________ Geburtsort: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

	1	2	3	4	5	6	Σ
bearbeitet							
Punkte							

Aufgabe 1 (10 Punkte)
Fragen

1a) Was versteht man unter den Eulerschen Winkeln?

1b) Welche Rotationen des freien Kreisels sind stabil?

1c) Worin unterscheiden sich passive und aktive Drehungen?

1d) Welche Größe ist erhalten für ein System, das bezüglich der z-Achse rotationsinvariant ist?

1e) Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} dx\, f(x) g'(x) \delta(x-z)$ für hinreichend gutmütige Funktionen f und g.

1f) Was versteht man unter einer Legendre-Transformation?

1g) Was versteht man unter dem "begleitenden Dreibein" einer Raumkurve?

1h) Was besagt der Virialsatz?

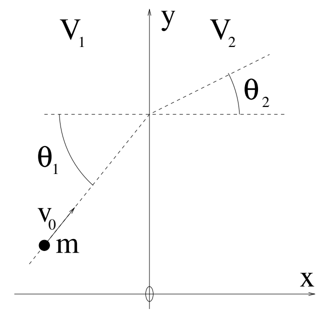
1i) Was ist ein Propagator?

1j) Wann ist eine Matrix symplektisch?

Aufgabe 2 (10 Punkte)
Konstante Potentiale

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in der x–y–Ebene unter dem Einfluss eines Potentials

$$V(x) = \begin{cases} V_1 & \text{für } x < 0 \\ V_2 & \text{für } x > 0 \end{cases} \qquad \text{mit: } V_1, V_2 = \text{const}, \ V_1 \neq V_2.$$



Zur Zeit t_0 starte das Teilchen in der linken Halbebene ($x < 0$) mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})$, wobei $v_{0x} > 0$ und v_{0y} beliebig.

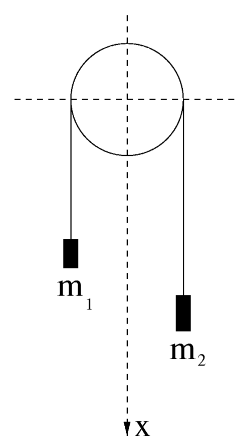
2a) Geben Sie die Richtungsänderung an, die das Teilchen beim Passieren der Trennungslinie $x = 0$ erfährt, indem Sie das Verhältnis $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}$ berechnen, wobei θ_1 bzw. θ_2 der Winkel zwischen der Normalen auf die Linie $x = 0$ und dem Geschwindigkeitsvektor vor bzw. nach dem Passieren der Trennungslinie ist.
Hinweis: Der Impuls in y–Richtung bleibt erhalten. (Warum?)

2b) Zeigen Sie, dass man durch Einführen des Brechungsindex $n(x, y) = \sqrt{E - V(x)}$ für den Übergang von einer Halbebene in die andere (zumindest formal) das folgende "Brechungsgesetz" angeben kann:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)
Atwoodsche Fallmaschine

Zwei Massen m_1 und m_2 seien durch ein masseloses, undehnbares Seil miteinander verbunden, das reibungsfrei über eine Rolle gleitet.



3a) Verwenden Sie die Methode der Lagrange-Multiplikatoren zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen der beiden Massen. Welche Art von Bewegung beschreiben diese Bewegungsgleichungen?

3b) Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichungen an für den Fall, dass die Massen zur Zeit $t = 0$ an den Orten $x_1 = a$ und $x_2 = b$ ruhen.

3c) Berechnen Sie die Zwangskräfte, die auf m_1 und m_2 wirken. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 4 (10 Punkte)
Kanonische Transformationen

Es seien q und p die generalisierte Koordinate und der kanonische Impuls eines harmonischen Oszillators mit Frequenz ω und Masse m.

4a) Für welchen Wert der Konstanten K ist die folgende Transformation kanonisch?

$$Q(q,p) = K(p + m\omega q) \quad , \quad P(q,p) = K(p - m\omega q)$$

4b) Drücken Sie die Hamilton-Funktion

$$H(q,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 q^2$$

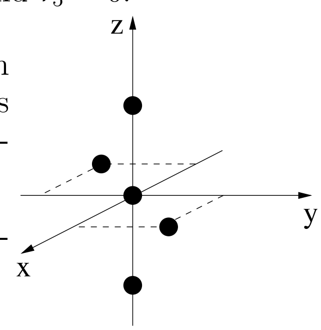
durch Q und P aus.

4c) Wie lauten die kanonischen Bewegungsgleichungen für Q und P und ihre Lösungen?

4d) Bestimmen Sie die Lösungen $q(t)$ und $p(t)$ für die Anfangsbedingungen $q(0) = 0$ $p(0) = p_0$.

Aufgabe 5 (10 Punkte)
Rotierendes Molekül

Ein Molekül bestehe aus 5 punktförmigen Atomen gleicher Masse m an den Orten $\vec{r}_1 = a(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$, $\vec{r}_2 = -a(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$, $\vec{r}_3 = a\vec{e}_z$, $\vec{r}_4 = -a\vec{e}_z$ und $\vec{r}_5 = \vec{0}$.



5a) Bestimmen Sie zunächst den Trägheitstensor bezüglich des Ursprungs des vorgegebenen Koordinatensystems $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ und berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und die zugehörigen Hauptträgheitsachsen.

5b) Das Molekül rotiere nun mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die x-Achse.

i) Wie lauten die Komponenten ω_1, ω_2 und ω_3 der Winkelgeschwindigkeit im Koordinatensystem der Hauptträgheitsachsen?

ii) Berechnen Sie mithilfe der Euler-Gleichungen (im mitrotierenden Hauptachsenkoordinatensystem) das bei der Rotation auf das Molekül wirkende Drehmoment $\vec{M}$.

iii) Was ist die physikalische Begründung dafür, dass ein mitbewegter Beobachter überhaupt ein Drehmoment misst?

Aufgabe 6 (10 Punkte)
Variationsrechnung

Eine Fluggesellschaft möchte zwei auf Höhe $y = 0$ liegende Orte, die eine horizontale Distanz L auseinander liegen, so verbinden, dass der Treibstoffverbrauch minimal ist. Da der Luftwiderstand mit der Flughöhe exponentiell abnimmt, nehme man für den Treibstoffverbrauch pro geflogener Bogenlängeneinheit (!) eine Abhängigkeit der Form $\exp(-\frac{y}{h})$ an (mit einer Konstanten h). Welche Flugkurve ist optimal ?
Hinweis: Zur Lösung der durch Variationsrechnung erhaltenen DGL bietet sich für $y(x)$ die Substitution $y(x) = h \ln u(x)$ mit $u(x) \geqslant 1$ (da $y(x) \geqslant 0$) an.